

## الگوسازی یک اقتصاد بدون بهره با استفاده از چارچوب نسل‌های تداخلی

سمیه رشیدیان<sup>\*</sup>، امراله امینی<sup>\*\*</sup>، محمدمهدی مجاهدی موخر<sup>\*\*\*</sup>، علی صفدری<sup>\*\*\*\*</sup>

تاریخ پذیرش  
۱۳۹۷/۰۸/۲۵

تاریخ دریافت  
۱۳۹۶/۱۱/۲۳

### چکیده

بهره در الگوهای اقتصادی متعارف عاملی کلیدی و تنظیم کننده است. اما بحث‌های فراوانی در رد یا تایید بهره پولی با تمسک به ریشه‌های آن وجود دارد. برخی از این ریشه‌ها، عینی هستند مانند مولدیت سرمایه و جمعیت و برخی مانند رجحان زمانی، رجحان نقدینگی و تقعر تابع مطلوبیت، ذهنی هستند. این مقاله با رویکردی انتقادی به نظرات موافق، تلاش خود را بر الگوسازی یک اقتصاد بدون بهره پولی معطوف می‌نماید. دستاورد اصلی این مقاله تدوین یک مدل اقتصادی بدون بهره پولی، با استفاده از یک الگوی نسل‌های تداخلی سه دوره‌ای است. سوال‌های مقاله این است که آیا یک اقتصاد بدون بهره می‌تواند کارکردهای اقتصادهای بهره‌ای مانند رشد، مصرف، پس‌انداز و تشکیل سرمایه را داشته باشد؟ آیا چنین اقتصادی به تعادل خواهد رسید؟ و آیا چنین تعادلی پایدار خواهد بود؟ در این مدل پول فقط یکبار توسط دولت منتشر می‌شود. در نتیجه به دلیل رشد اقتصاد و عدم انتشار مجدد پول، نوعی تورم منفی در اقتصاد رخ خواهد داد و نتیجه گرفته می‌شود ادامه حیات اقتصاد، ارزش واقعی واحدهای پولی ثابت را افزایش می‌دهد. رجحان نقدینگی در این الگو از بین می‌رود، در نتیجه کنز پول وجود نخواهد داشت و تخصیص‌ها بهینه بوده و این بهینگی پایدار نیز خواهد بود.

کلیدواژه‌ها: اقتصاد بدون بهره، ریشه‌های بهره، الگوی نسل‌های تداخلی.

طبقه‌بندی JEL: P2 H43 E49 E43

[s.rashidian@atu.ac.ir](mailto:s.rashidian@atu.ac.ir)

[a.aminij@atu.ac.ir](mailto:a.aminij@atu.ac.ir)

[mojahedi@atu.ac.ir](mailto:mojahedi@atu.ac.ir)

[asafdari@atu.ac.ir](mailto:asafdari@atu.ac.ir)

\* دانشجوی دکتری اقتصاد اسلامی دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی

\*\* استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی (نویسنده مسئول)

\*\*\* استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی

\*\*\*\* استادیار دانشکده علوم ریاضی و رایانه دانشگاه علامه طباطبایی

## ۱. مقدمه

از متغیرهای کلیدی در الگوهای اقتصادی در اقتصاد متعارف، بهره یا به گفته کینز، درصد زیادتی مبلغ معینی پول است که تعهد تحویل به وعده مثلا یک سال بعد آن شده باشد و می‌توان قیمت فوری یا نقد مبلغی نامید که بدین گونه برای آینده تعهد تحویل آن گردیده است (کینز<sup>۱</sup>، ۱۳۹۶، ص ۱۴۲). به عبارتی نرخ بهره پاداشی برای جدا شدن از نقدینگی برای دوره زمانی مشخص است (همان، ص ۱۶۷).

در قالب اقتصاد متعارف، پول دارای بازدهی است. لیکن ادبیات اقتصادی مشحون از منتقدینی است که در پژوهش‌های مختلف خود، با تمسک به نقد ریشه‌های بهره، وجود این پدیده اقتصادی را ضروری نمی‌دانند.

ریشه‌های شکل‌گیری بهره در بیان موافقین بهره در چند دسته قابل بیان هستند. برخی از این ریشه‌ها عینی و برخی دیگر ذهنی محسوب می‌شوند. ریشه‌های عینی شامل مولدیت یا بازدهی حقیقی سرمایه (باورک<sup>۲</sup>، ۱۹۸۸، ص ۲۵۳-۲۵۹) و رشد جمعیت (ساموئلسن<sup>۳</sup>، ۱۹۵۸، ص ۴۷۲) است.

رجحان زمانی (فیشر<sup>۴</sup>، ۱۹۳۰، ص ۱۳؛ میزز<sup>۵</sup>، ۱۹۴۹، ص ۴۸۴؛ باورک، ۱۹۸۱، ص ۲۵۳-۲۵۹)، رجحان نقدینگی (کینز، ۱۹۳۶، ص ۱۶۶؛ گزل<sup>۶</sup>، ۱۳۸۳، ص ۱۳۵-۱۳۶) و تقعر تابع مطلوبیت ریشه‌های ذهنی بهره نامید می‌شوند. نرخ بهره خودی و نرخ بهره پولی نیز از دیگر تعاریف بهره‌اند که منشاء رجحان نقدینگی و رجحان زمانی دارند. کینز در تکمیل اندیشه اقتصاددانان کلاسیک در دفاع از نرخ بهره با منشاء رجحان نقدینگی،

<sup>۱</sup> Keynes

<sup>۲</sup> Bawerk

<sup>۳</sup> Samuelson

<sup>۴</sup> Fisher

<sup>۵</sup> Mises

<sup>۶</sup> Gassel

رجحان زمانی را یک تصمیم بین زمانی و رجحان نقدینگی را تصمیمی درون زمانی می‌داند (کینز، ۱۳۹۴، ص ۲۱۱). همچنین برداشتی خردبنیان از اندیشه کینزی نشان می‌دهد که مطلوبیت نهایی پول نسبت به مطلوبیت نهایی سایر کالاها هم مویدی بر ریشه رجحان نقدینگی پول است (انو<sup>۱</sup>، ۱۹۹۴، ص ۲۲).

در کنار موافقین ریشه‌های بهره، برخی از اندیشمندان هم با اشاره به کارکردهای محدودکننده بهره یا رویکرد فلسفی به ریشه‌های آن، سعی در نفی آن داشته‌اند. پیگو<sup>۲</sup> (۱۹۲۰) با انتقاد از ترجیح زمانی که آن را نوعی شکست برای بازار تلقی می‌کند (پیگو، ۱۹۲۰، ص ۲۹). هارود<sup>۳</sup> (۱۹۴۸) نیز ترجیح زمانی و تنزیل مطلوبیت آینده را از نظر اخلاقی غیرقابل قبول می‌داند (هارود، ۱۹۴۸، ص ۴۰). رمزی (۱۹۲۸) هم معتقد است تنزیل رفاه آیندگان از نظر اخلاقی غیرقابل دفاع است، زیرا باعث برهم زدن تخصیص منابع به زیان آیندگان می‌شود و هم مقدار پس‌انداز را کاهش می‌دهد، پس این عمل واجد نوعی بی‌عدالتی بین نسلی است (رمزی<sup>۴</sup>، ۱۹۲۸، ص ۵۴۳).

از آنجا که در اقتصاد متعارف، بهره نقش تنظیم‌کنندگی در تعادل اقتصاد کلان برعهده دارد، هدف اصلی این مقاله پاسخ به این سوال است که اگر بهره با توجه به ریشه‌های پیش گفته بالا، در یک الگوی اقتصاد کلان خرد بنیان حذف شود، آیا ممکن است ساز و کارهای اقتصاد کلان بدون بهره، برقرار شود؟ آیا چنین اقتصادی، تعادل اقتصاد کلان را تضمین می‌نماید؟

به منظور پاسخگویی به این سوال، مقاله با طراحی و الگوسازی یک الگوی بین نسلی سه دوره‌ای که در آن ریشه‌های ذهنی پیش گفته نرخ بهره، در آن مدخلیتی ندارد به این سوال مهم پاسخ می‌دهد. دستاورد و نوآوری عمده مقاله در این است که نشان داده شود

---

<sup>۱</sup>Ono

<sup>۲</sup> Pigoue

<sup>۳</sup>Harrod

<sup>۴</sup> Ramsey

الگوی ریاضی بدون حضور بهره کارکردهای یک اقتصاد متعارف را در ایجاد تعادل و پایداری تضمین می‌کند.

## ۲. مبانی نظری

اگرچه برخی بر اثرات مثبت بهره بر پس انداز و سرمایه‌گذاری و تولید تاکید داشته و آزادسازی بازارهای مالی به منظور شفاف شدن نرخ‌های بهره را توصیه می‌کنند، برخی دیگر<sup>۱</sup> محدودکنندگی بهره و تاثیر آن در رکودزایی و تورمی کردن اقتصاد را مد نظر قرار می‌دهند. این نظرات در قالب توصیه‌هایی جهت کاهش نرخ بهره حتی گاهی رسیدن به نرخ بهره صفر، آشکار می‌شود.

متغیر بهره در مبادلات پولی که متولی آن سیستم بانکداری است شکل می‌گیرد. این نرخ پس از تعیین، بر بازدهی سایر دارایی‌ها مانند دارایی‌های فیزیکی و اوراق بهادار، تعیین ارزش فعلی پروژه‌های اقتصادی و قضاوت درباره اجرا یا عدم اجرای آن‌ها و به دنبال آن نرخ پس‌انداز و سرمایه‌گذاری، اشتغال، تولید و تورم تاثیر می‌گذارد. عاملی که هم‌کینز (۱۹۳۶) و هم‌موریس اله<sup>۲</sup> (۱۹۴۷) مثبت بودن آن را مانعی جهت تحقق وضعیت اشتغال کامل می‌دانند. بنابراین خلق پول بدون پشتوانه<sup>۳</sup> که بر مبنای سیستم بانکداری ذخیره جزئی<sup>۴</sup> شکل می‌گیرد، عامل مهمی در شکل‌دهی و قوام بهره پولی است. نکته‌ای که برخی اقتصاددانان آن را عامل بی‌ثباتی‌های اقتصاد می‌دانند و رأی به صفر بودن آن می‌دهند. از این رو است که نه تنها صفر بودن بهره پولی را حکم می‌کنند، بلکه انتشار پول را جزء حقوق انحصاری دولت دانسته و بانک‌ها را از این کار منع می‌کنند.

۱- مانند (فریدمن، ۱۹۶۹؛ فلیس، ۱۹۶۱؛ ساموئلسن، ۱۹۵۸؛ سووان، ۱۹۵۶؛ آله، ۱۹۴۷)

### ۲- Allais

۳- پولی بدون پشتوانه یا پول فیات (Fiat Money) پولی که توسط بانک مرکزی منتشر می‌شود و اعتبار آن وابسته به حاکمیت است و به خودی خود ارزشی ندارد.

۴- سیستم بانکداری ذخیره جزئی (Frictional Banking System): بانکداری بر مبنای پذیرش سپرده‌ها، نگهداری درصدی از سپرده‌ها تحت عناوین ذخیره قانونی، احتیاطی و اضافی و استفاده از مابقی سپرده‌ها در قالب طرح‌های مختلف تسهیلات‌دهی بانکی. این سیستم در مقابل سیستم ذخیره صد درصدی قرار می‌گیرد.

با بروز انفکاک بین بازدهی دارایی‌های در بازارهای مالی و بازدهی آن‌ها در بخش حقیقی اقتصاد، بین ارزش‌های اسمی و ارزش‌های واقعی آن‌ها واگرایی و در نتیجه حساب ایجاد می‌شود. با پیدایش حساب و خروج افزایش قیمت دارایی‌های مالی از روند طبیعی خود، نتیجه این خواهد شد که بازار مالی از ارزش اسمی مزاد بر خودار می‌شود. این فرصت‌های بادآورده کسب سود منابع و وجود مالی فعالان سایر بازارها را نیز به سمت خود جذب می‌کند، لذا حساب قیمتی تشدید می‌شود. از آنجا که منابع پولی استفاده شده به منظور افزایش ظرفیت‌های تولیدی اقتصاد سرمایه‌گذاری نشده و در عوض صرف فعالیت‌های سفته‌بازی و استفاده از سودهای بادآورده، آسان و کوتاه مدت شده است، با ترکیدن حساب‌های قیمتی و کاهش ارزش دارایی‌های مالی، بحران‌های مالی به وقوع می‌پیوندد. بدیهی است که با کاهش ارزش دارایی‌های مالی و عدم اطمینان نسبت به سهم منابع سرمایه‌ای بنگاه‌های بخش حقیقی اقتصاد از این نوع دارایی‌ها، تقاضا برای سهام واحدهای فوق نیز کاهش یافته و در نتیجه میزان جریان ورود وجوه سرمایه‌ای به این واحدها و مواجه شدن آن‌ها با کمبود نقدینگی بحران به بخش حقیقی اقتصاد سرایت می‌کند (داودی و هادیان، ۱۳۹۰). بعلاوه به دلیل عدم تعادل‌های فاحش بین ارزش دارایی‌ها و بدهی‌های موسسات و کاهش میزان دسترسی بنگاه‌ها به وجوه سرمایه‌ای بیشتر، توان بنگاه‌ها برای پرداخت هزینه بهره بدهی‌های انباشت شده بیشتر کاهش می‌یابد که می‌تواند ورشکستگی بنگاه‌ها را به دنبال داشته باشد. با توجه به وابستگی بنگاه‌ها به شرایط سایر بنگاه‌ها، بروز مشکل برای یک بنگاه باعث سرایت آن به دیگر بنگاه‌ها و در مرحله بعد با وخیم‌تر شدن اثرات بحران‌های مالی، به دیگر صنایع نیز سرایت خواهد کرد (کالوو<sup>۱</sup>، ۱۹۹۸).

موریس آله (۱۹۴۷) شرط رسیدن به بهینگی را صفر بودن نرخ بهره مرتبط با تولید ذکر می‌کند. چرا که شرط بهینگی اجتماعی ایجاب می‌کند که نرخ بهره در این تعریف

<sup>۱</sup> Calvo

صفر باشد. از طرفی نرخ بهره واقعی هنگامی صفر می‌شود که بهره‌وری نهایی سرمایه به صفر میل کند. نرخ بهره بیشتر از صفر به معنای وجود پروژه‌هایی است در اقتصاد که بازده نهایی مثبت داشته و در نتیجه سرمایه‌گذاری کمتر از حد اشتغال کامل است. در وضعیت بهینه آله، بازدهی تمام دارایی‌ها صفر است (بخشی، ۱۳۸۹، ص ۷۳).

از نگاه موریس آله (۱۹۴۷) و (۱۹۸۷) توسعه مکانیسم اعتبار از طریق اعطاء وام از محل سپرده‌های اشخاص نزد بانک باعث اضمحلال و فروپاشی نظام بانکی خواهد شد. در این دیدگاه اعتبار ایجاد شده هم‌ارز جعل پول دانسته می‌شود. در این رهگذر نهایتاً ناپایداری اقتصادی خاصیت لیبرالیسم غیر دولتی اقتصاد است. وی با مشخص کردن ایراداتی به سیستم بانکداری ذخیره جزئی مانند داشتن فرصت خلق و محو پول، حساسیت مکانیسم اعتبار به نوسانات کوتاه مدت، عدم امکان کنترل بر سیستم اعتبار و عدم نظارت کارا بر عرضه پول، حق انتشار پول را در انحصار دولت می‌داند. (مجاهدی موخر و همکاران، ۱۳۹۵، صص ۳۶-۳۷)

علاوه بر نقش محدودکنندگی بهره در اجرای پروژه‌های اقتصادی، بی‌ثباتی و ناپایداری هم از اثرات سیستم مالی مبتنی بر ذخیره جزئی است که نیروی محرکه آن بهره است. سیمونز<sup>۱</sup> (۱۹۳۶) معتقد است که دلیل اصلی ناپایدار و بی‌ثباتی اقتصادی در ذات سیستم مالی ذخیره جزئی است که درباره نقدینگی باعث ازدیاد بدهی می‌شود، به خصوص به شکل تعهدات کوتاه مدت. این بدهی به شکل یک جانشین برای پول (سکه و اسکناس و حساب‌های جاری) عمل می‌کند، به طوری که تفاوت آشکاری بین پول و ابزارهای مالی بهره‌ای وجود نخواهد داشت (سیمونز، ۱۹۳۶، ص ۱۶۶). به عقیده سیمونز (۱۹۳۶) روش قاعده‌مند<sup>۲</sup> در هدایت سیاست پولی، راه حلی که او برای رفع بی‌ثباتی ذاتی سیستم اقتصادی ارائه می‌دهد، منجر به ارائه عرضه ثابت پول می‌شود. او با فاصله گرفتن از بهره،

۱- Simons

۲- Regular

حذف قراردادهای با بهره ثابت و انجام قراردادهای سهامی و مشارکتی را پیشنهاد می‌دهد (کارلسون<sup>۱</sup>، ۱۹۸۸)

بنابراین به عقیده سیمونز، بانکداری مبتنی بر ذخیره جزئی عاملی جهت بی‌ثباتی سیستم اقتصادی است. چرا که امکان خلق پول از طریق ضریب فزاینده برای بانک‌ها فراهم خواهد بود. بهره عاملی جهت تشویق افراد به سپرده‌گذاری در بانک‌ها و فراهم کردن امکان وام‌دهی بانک‌هاست. نبود امکان خلق اعتبار بانکی، در گروه بانکداری با ذخیره ۱۰۰ در صدی منجر به حذف بهره از قراردادهای قرض خواهد بود. جدایی بانک‌ها بر اساس وظایف سپرده‌پذیری و دریافت بهای خدمات و بانک‌هایی با وظایف تجاری که به صورت قراردادهای مشارکتی و سهامی به ارائه خدمات می‌پردازند، از نظرات سیمونز (۱۹۳۶، ص ۱۶۴ و ۱۹۴۶، ص ۲۳۱) در راستای حذف بی‌ثباتی‌های سیستم اقتصادی که چرخه‌های تجاری را به دنبال دارد است.

به عقیده کینز (۱۹۳۶) نرخ بهره پولی نقشی محدودکننده در سطح اشتغال دارد چرا که برای کارآیی نهایی دارایی سرمایه‌ای استاندارد تعیین می‌کند که این دارایی باید حداقل به آن برسد (کینز، ۱۹۳۶، ص ۱۴۱). در مبحث ویژگی‌های پول، کینز علاوه بر رجحان نقدینه، صفر بودن (یا قابل اغماض بودن) کشش تولیدی و جانشینی پول را نیز در بیان علت چسبندگی نرخ پولی بهره نسبت به نرخ بهره خودی سایر کالا بیان می‌کند. به عقیده کینز ویژگی صفر بودن کشش تولیدی پول سبب می‌شود حتی در نتیجه افزایش تقاضا، امکان تولید پول بیشتر وجود نداشته باشد و در نتیجه صفر بودن کشش جانشینی آن، نتوان هیچ عامل دیگری که به قدر کفایت ارزان باشد و همان وظایف پول را به همان خوبی انجام دهد، جایگزین پول نمود. از این رو تنها ترقی نرخ پولی بهره، بی‌آن که قادر به تحریک تولید پول باشد، موجب تاخیر در تولید کلیه اشیایی می‌شود که تولیدشان

---

<sup>۱</sup> Carlson

کشش دارد. نرخ پولی بهره، ضمن تعیین مشی و سرعت سایر نرخ‌های کلایی بهره، مانع سرمایه‌گذاری در تولید این کالاهاست (کینز، ۱۳۹۴، ص ۲۸۷)

فریدمن هم مانند سیمونز بر قراردادهای مشارکتی تاکید کرده و دولت را از انتشار اوراق بدهی بهره‌دار منع می‌کند: "دولت نباید اوراق بهادار بهره‌ای منتشر کند (فریدمن<sup>۱</sup>، ۱۹۴۸، ص ۱۴۲). به عقیده فریدمن، "برای حذف مناسب بی‌ثباتی ذاتی سیستم پولی" باید یک جدایی "بین عملیات سپرده‌گذاری و تسویه با چک و فعالیت‌های قرض‌دهی و سرمایه‌گذاری که برای آنها پیشنهاد ذخیره ۱۰۰ درصدی داده می‌شود، در بانک‌های موجود، وجود داشته باشد" (فریدمن، ۱۹۵۱، ص ۲۲۰). به عبارتی فریدمن و سیمونز با تاکید به وجود ذخایر ۱۰۰ درصدی برای سپرده‌های سرمایه‌گذاری و قرض‌دهی، روابط قرض بهره‌ای را رد و سرمایه‌گذاری را در قالب مشارکت در سود و زیان و بهره‌مند از بازدهی واقعی سرمایه می‌دانند.

از طرفی فریدمن اشاره می‌کند هزینه نهایی اجتماعی برای چاپ پول نزدیک به صفر است. بنابراین هزینه نهایی خانوارها و بنگاه‌های تجاری از نگهداری پول (یعنی بهره‌ای که از دست می‌رود) از هزینه نهایی اجتماعی عرضه پول که برابر با صفر است، بیشتر است. راهکار فریدمن برای غلبه بر این ناکارایی حذف هزینه فرصت نگهداری پول است تا با کاهش نرخ بهره اسمی تا جایی که برابر هزینه نهایی اجتماعی تولید پول که صفر است، شود. در این صورت چون هزینه فرصتی برای نگهداری پول وجود ندارد، خانوارها و بنگاه‌ها به صورت ناکارآمدی در نگهداری پول صرفه جویی نخواهند کرد (سانچس<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲). این نظر بر این مبنا است که نگهداری پول نزد فرد، امکان استفاده بیشتر از کالاها و خدمات را فراهم آورده و رفاه افراد را افزایش می‌دهد.

<sup>۱</sup> Fridman

<sup>۲</sup> Sanches



راهکار فریدمن برای این مساله، تورم منفی ۱ (رکود) مداوم پولی بود، به گفته فریدمن و بسیاری دیگر از اقتصاددانان، حداقل در بلندمدت، سیاست پولی بر نرخ بازده اسمی تاثیر می‌گذارد و نه بازده حقیقی. فریدمن معتقد است بانک مرکزی باید یک رکود پایدار در اقتصاد ایجاد کند تا نرخ بهره اسمی کوتاه مدت اوراق بهادار مثل اسناد خزانه و سپرده‌های دیداری صفر شود. البته این رکود به معنی بیکاری نبوده و تولید و اشتغال کاهش نمی‌یابد، بلکه منظور فقط کاهش قیمت‌هاست که چون نقطه مقابل تورم است، به رکود تعبیر می‌شود.

بر اساس معادله فیشر (۱۸۶۷-۱۹۴۷) بازدهی اسمی اقتصاد برابر با بازده واقعی خانوار، یعنی بازدهی که پس‌اندازکنندگان آن را در نظر می‌گیرند بعلاوه تورم انتظاری است. پیشنهاد فریدمن صفر بودن بازده اسمی بود که منجر به کاهش قیمت‌ها و یک تورم منفی در اقتصاد خواهد شد که در چنین وضعیتی نرخ بازدهی واقعی اقتصاد، با نرخ تورم انتظاری منفی برابر خواهد بود. به عبارتی بر اساس این نظر، چنانچه نرخ بهره اسمی صفر باشد، البته با وجود نرخ عرضه ثابت پول، رشد تولید منجر به کاهش قیمت‌ها با همان نرخ رشد تولید خواهد شد.

$$\pi + r = i$$

در این رابطه  $\pi$  نرخ تورم،  $r$  نرخ بازده واقعی اقتصاد و  $i$  نرخ بازده اسمی اقتصاد است. با صفر شدن بازدهی اسمی، نرخ بهره واقعی برابر منفی نرخ تورم خواهد شد. با توجه به این که در این وضعیت تورم خود منفی بوده و قیمت‌ها کاهش می‌یابد، وجود منفی دیگر در فرمول، به معنی مثبت شدن  $-\pi$  و مثبت شدن بازدهی واقعی یعنی  $r$  خواهد بود.

$$i = 0$$

$$r = -\pi$$

وود فورد<sup>۱</sup> (۲۰۱۰) قاعده بهینه پولی فریدمن (۱۹۶۹) را به صورت دو قضیه ضعیف و قوی بیان کرده است. در قضیه ضعیف، به گفته او، برای رسیدن به تعادل رقابتی در یک اقتصاد پولی، به نحوی که یک تخصیص کارآمد برای منابع ایجاد شود، لازم است نرخ بهره اسمی به صفر یا هر نرخ دیگر (بر اساس بازده تصادفی روی برخی دارایی‌ها) برسد که در آن نرخ، دارایی وجود نداشته باشد که عایدی آن همیشه غیرمنفی یا گاهی مثبت باشد به طوری که بازده این دارایی اکیدا بر بازده نگهداری پول غلبه داشته باشد (وودفورد، ۲۰۱۰، ص ۱۰۷۱). از این قضیه نتیجه می‌شود نرخ تورم باید برابر با نرخ رشد عرضه پول باشد. پس باید برای کاهش نرخ بهره اسمی به صفر، عرضه پول به نحوی برابر با نرخ حقیقی تعادلی بهره کاهش یابد. چرا که فرض فریدمن این است که یک نرخ حقیقی تعادلی برای بهره وجود دارد که از نرخ رشد پول یا سایر زمینه‌های سیاست پولی مستقل است. به عبارتی او معتقد است تورم همیشه یک پدیده پولی بوده، که با افزایش نسبت پول به تولید به وجود می‌آید. او با مطالعه نرخ تورم و دلایل به وجود آمدن آن، نرخ تورم بهینه‌ای را استخراج کرد، که برابر با منفی نرخ بهره واقعی است. فریدمن اعتقاد داشت که شرط برابری فوق زمانی محقق می‌شود، که نرخ بهره پولی صفر باشد.

قضیه قوی عنوان می‌کند بهترین سیاست پولی، از نظر حداکثر کردن رفاه مصرف کننده (رفاه تعدادی مصرف کننده نماینده یا به طور پیش فرض اندازه میانگین رفاه یک نمونه از مصرف کننده‌های ناهمگون)، به وسیله نرخ رشد بسیار کم عرضه پول بدست می‌آید (کاملاً شبیه کاهش مداوم در عرضه پول) تا نرخ بهره اسمی (برای دارایی‌های دارای بازده اسمی بدون ریسک مثل اوراق خزانه) به کمترین حدی که ممکن است، برسد (معمولاً صفر). فریدمن در این قضیه شرط رسیدن به حداکثر رفاه برای جامعه نماینده خود را صفر بودن نرخ بهره اسمی عنوان می‌کند. البته او در قضیه قوی مطرح می‌کند

---

۱- Woodford

باید عرضه پول با یکی از نرخ‌های "واقعی" اقتصاد، که او خود نرخ ترجیح زمانی یا نرخ حقیقی بازده روی سرمایه فیزیکی را در نظر می‌گیرد، کاهش یابد تا به نرخ بهره اسمی صفر دست یافت. چرا که طبق نظریه او، نرخ واقعی تعادلی بهره (حداقل در یک تعادل بلندمدت ایستا)، بستگی به نرخ رشد پول دارد.

البته قبل از فریدمن، ساموئلسن (۱۹۶۸) هم به این قاعده اشاره کرده و عنوان می‌کند تعادل رقابتی در صورت وجود نرخ بهره اسمی مثبت، ناکارآمد خواهد بود، اما برای آن راه‌حلی ارائه نمی‌کند. حتی او (۱۹۸۹) برای کاهش نرخ بهره اسمی، پیشنهاد کاهش در عرضه پول را هم بیان می‌کند (وودفورد، ۲۰۱۰، ص ۱۰۷۰).

ساموئلسن در مقاله (۱۹۵۸) "یک الگوی دقیق وام مصرفی بهره، با یا بدون قرارداد اجتماعی پول"، به دنبال توسعه "شرایط تعادل برای الگوی مصرف- پس انداز چرخه زندگی یک مصرف‌کننده عقلایی" است (ساموئلسن، ۱۹۵۸، ص ۴۶۷). آنچه او خود را ملزم به ارائه آن می‌داند "راه حل تعادل عمومی کامل برای تعیین شکل زمانی نرخ‌های بهره" است. او بیان می‌کند به منظور تعریف یک مسیر تعادلی برای بهره در یک بازار سرمایه کامل که بدون ناطمینانی است، باید همه نرخ‌های بهره بین زمان حال و آخر دوره و هر دوره زمانی معین درون دوره در آن تعریف شود. بنابراین هدف او تعیین نرخ‌های بهره برای زمان حال و آینده بود. ساموئلسن در الگویی که طراحی می‌کند، نرخ بهره‌ای را استخراج می‌کند که آن را نرخ بهره حیاتی می‌نامد: "هر اقتصاد وام مصرفی که به صورت نمایی رشد کند، یک نرخ بهره تعادلی برای بهره بازار خواهد داشت که دقیقاً با نرخ رشد حیاتی آن اقتصاد برابر خواهد بود" (بخشی، ۱۳۸۳، ص ۵۶).

در اقتصاد ساموئلسن که رجحان‌های افراد به وسیله یک تابع مطلوبیت مارشالی که دارای کشش‌های درآمدی و قیمتی برابر است تنظیم می‌شود، نرخ بهینه حیاتی نرخ بهره صفر خواهد بود. البته در صورتی که نرخ رشد جمعیت ثابت باشد، اما در صورتی که نرخ

رشد جمعیت برابر با  $m$  باشد، مقدار بهینه نرخ بهره برابر با  $m$  خواهد بود. از این رو این نرخ بهره را نرخ بهره حیاتی می‌نامد و استدلال می‌کند ریشه آن رشد جمعیت است.

پیش فرض این نظریه این است که رشد جمعیت منجر به رشد تولید با همان نرخ می‌شود. بنابراین ساموئلسن معتقد است در یک اقتصاد وام‌مصرفی که کالاها بی‌دوام هستند و تکنولوژی انبارداری وجود ندارد، چنانچه نرخ رشد جمعیت صفر باشد، با مبادله افراد میانسال به جوانان و دریافت کالای قرض داده شده به جوانان در دوره میانسالی آن‌ها توسط پیران، بهینه اجتماعی ایجاد می‌شود. ولی اگر جامعه با نرخ  $m$  رشد کند، فرآیند قرض‌دهی شامل بهره‌ای معادل نرخ  $m$  خواهد شد. اما خود ساموئلسن بیان می‌کند چنانچه هیچ کنترل‌گری در جامعه نباشد و این کار به بازار سپرده شود، نرخ بهره تعادلی منفی خواهد شد چرا که جوانان برای این که حاضر به دریافت قرض و بازپس دادن آن به پیران شوند، به عبارتی زندگی عده‌ای را در دوره پیری که آن‌ها توانایی کار و تولید ندارند، تامین نمایند، مستلزم بهره منفی است. یعنی جوانان در صورتی حاضر به دریافت قرض می‌شوند که در آینده کمتر از آنچه دریافت کرده‌اند، برگردانند.

ساموئلسن راه حل‌هایی از این مشکل را وجود مقدار ثابتی پول در اقتصاد می‌داند. در این حالت جوانان چون می‌دانند در نتیجه رشد جمعیت و رشد تولید و ثبات مقدار پول، اقتصاد دچار تورم منفی شده و سطح قیمت‌ها کاهش و ارزش واقعی واحدهای پولی افزایش خواهد یافت، می‌پذیرند در دوران جوانی خود در ازای پرداخت پول، از میانسالان کالا دریافت و مصرف کنند و در دوران میانسالی خود، از پیران پول دریافت و کالا بپردازند. چرا که می‌دانند این پول در دوران پیری آن‌ها ارزش بیشتری نسبت به دوره میانسالی آن‌ها خواهد داشت و این بازدهی مثبت آن‌ها را تشویق به مبادله می‌کند. نرخ این بازدهی همان نرخ رشد جمعیت یعنی  $m$  است.

در جامعه فرضی ساموئلسن، که انتقال منابع با عمل قرض‌دهی بین پیرها و جوانان، منجر به برابر شدن مصرف بین دوره‌های زمانی زندگی فرد و حتی نسل‌های مختلف

می‌شود، یعنی رجحان‌های زمانی و بین نسلی وجود ندارد، نرخ بهره بازار برای وام‌های مصرفی که عرضه وام را با تقاضای وام برابر می‌کند، صفر خواهد بود، البته با شرط صفر بودن نرخ رشد جمعیت.

لرنر<sup>۱</sup> در مقاله‌ای که در سال ۱۹۵۹ در نقد ساموئلسن ارائه می‌کند، ادعای او را رد می‌کند (لرنر، ۱۹۵۹). لرنر معتقد است ساموئلسن در تصریح این نکته اشتباه کرده است. زیرا به هر حال یک نرخ بهره غیرصفر در وضعیت جمعیت در حال رشد (در شرایط بازار) باعث فریبندگی تغییر مصرف خواهد شد. در شرایطی که نرخ بهره مثبت حاکم است، مصرف‌کنندگان سعی می‌کنند مصرف خود را به تعویق اندازند. پاداش وعده داده شده ناشی از نرخ بهره مثبت بازار، البته به همان اندازه غیرقابل دسترس خواهد بود که انتقال مصرف در طی زمان غیر ممکن است. زیرا نتیجه تعویق بیشتر مصرف در طی زمان، انتقال بی‌فایده مصرف از افراد جوان‌تر به افراد پیرتر است. در وضعیتی که نرخ بهره ۱۰۰ درصد باشد، مصرف از جوان‌ترها به پیرها، آنقدر انتقال پیدا خواهد کرد (تا جائیکه) مطلوبیت نهایی ۴ دلار مصرف شده بوسیله یک بازنشسته برابر شود با مطلوبیت نهایی ۲ دلار مصرف شده بوسیله یک کارگر مسن و همچنین با مطلوبیت نهایی ۱ دلار مصرف شده توسط یک کارگر جوان برابر شود. این زبان ناشی از داشتن یک نرخ بهره حیاتی یا هر چیز دیگری است. نرخ بهره بهینه آن نرخ است که مطابق باشد با نرخ واقعی و حسی انتقال یک به یک مصرف جاری در بین مصرف‌کنندگان جاری و بایست همیشه صفر باشد. نرخ بهره حیاتی، حتی اگر بصورت مصنوعی برقرار شود (یعنی بوسیله ثابت نگه‌داشتن ذخیره اسمی پول)، یک نرخ بهره بهینه نخواهد بود، البته به استثناء اقتصاد ساکن که در آن بهره حیاتی صفر است.

در این مقاله از الگوی نسل‌های تداخلی استفاده می‌شود. الگوی نسل‌های تداخلی آله (۱۹۷۴)، ساموئلسن (۱۹۵۸) و دیاموند (۱۹۶۵) دومین الگوی پایه‌ای است که در اقتصاد

---

<sup>۱</sup> Lerner

کلان مبتنی بر مبانی خرد از آن استفاده می‌شود. در این الگو افراد به نسل‌های متفاوت تعلق داشته و می‌توانند با یکدیگر مبادله کنند. به این دلیل که از این الگو می‌توان نتایج کلان تصمیمات افراد را از نظر پس انداز دوران زندگی مورد بررسی قرار داد، به نحو گسترده‌ای مورد استفاده قرار گرفته است. طبق این الگو افراد در دوره اول زندگی تولید می‌کنند و بخشی را مصرف و بخشی را برای دوره پیری و بازنشستگی خود پس انداز می‌کنند. این پس اندازها انباشت سرمایه را تشکیل می‌دهد. افراد بر اساس نرخ بازدهی پس اندازها، نرخ ترجیحات خود، در برخی الگوها اهمیت به نسل‌های آینده خود، درباره میزان مصرف و پس انداز خود تصمیم می‌گیرند. هدف خانوارها این است که بر اساس درآمد ناشی از کار و بازده سرمایه‌گذاری و گاهی ثروت اولیه و قید بودجه، مطلوبیت کل عمر خود را حداکثر کنند. هدف بنگاه هم حداکثر کردن سود تولید است. در این میان دولت می‌تواند با سیاستگذاری‌های مختلف، اقتصاد را به سمت اهداف مد نظر خود سوق داده و انباشت سرمایه و رفاه نسل‌های مختلف را تحت تاثیر قرار دهد. این الگو نشان می‌دهد چگونه انتخاب تعادل رقابتی ضرورتاً همان انتخاب برنامه ریز مرکزی نیست. حتی نتیجه‌ای قوی‌تر نیز دارد: تعادل رقابتی ممکن است بهینه پرتو نباشد.

در الگوی دیاموند (۱۹۶۵)، با در نظر گرفتن تعادل غیر متمرکز، عمر افراد از دو دوره تشکیل شده است. فرد در زمان  $t$  متولد شده است، مصرف او در این دوره  $c_{1t}$  و در دوره  $t+1$  میزان  $c_{2t+1}$  مصرف می‌کند. مساله بیشینه‌یابی عبارت است از (بلانچارد و فیشر، ۱۳۷۶، ص ۱۸۳):

$$\max u(c_{1t}) + (1 + \theta)^{-1}u(c_{2t+1})$$

s.t.

$$c_{1t} + s_t = w_t$$

$$c_{2t+1} = (1 + r_{t+1})s_t$$

هان و سولو (۱۹۹۷) با استفاده از یک الگوی نسل‌های تداخلی دو دوره‌ای، به تخصیص منابع بین دو نسل پیر و جوان می‌پردازد. در این الگو پول بازده اسمی نداشته و فرد جوان می‌تواند بخشی از دارایی خود را به صورت پول و بخشی را به صورت سود حاصل از مشارکت در شرکت‌های سهامی بدست آورد که این سود می‌تواند مثبت یا منفی باشد. طبق این الگو یک خانوار که در سال  $t$  به دنیا می‌آید، نسل  $t$  یا  $G^t$  نامیده می‌شود. این خانوار در دو دوره زندگی می‌کند.  $c_{ij}, j = t, t + 1$  نشان‌دهنده مصرف از یک کالا توسط نسل  $t$  در دوره  $t$  و  $t+1$  است. همه نسل‌ها دارای تابع مطلوبیت یکسان  $u(c_{tt}, c_{tt+1})$  هستند که مونوتون و مقعر است. همچنین هر خانوار جوان یک واحد نیروی کار دارد که فرض می‌شود بی‌کشش است. مساله این الگو تخصیص بهینه مصرف بین دو دوره زمانی  $t$  و  $t+1$  است به نحوی که حداکثر مطلوبیت را ایجاد کند:

$$\text{Max } u(c_{tt}, c_{tt+1})$$

s.t.

$$c_{tt} + s_t \leq w_t \quad (a)$$

$$c_{tt+1} \leq \theta_t R_t s_t \quad (b)$$

$$c_{tt+1} \leq \frac{\xi m_t}{x_t} \quad (c)$$

خانوار می‌تواند پس‌انداز خود را با نرخ حقیقی ناخالص  $R_t$  به بخش تولیدی قرض دهد یا می‌تواند مانده حقیقی پول  $m_t$  را نگهداری کند که بستگی به بازده حقیقی روی پول یعنی  $\frac{1}{x_t}$  دارد. با استفاده از بهینه‌یابی، مقادیر مصرف بهینه دوره اول، دوم، پس‌انداز و مقدار تقاضای پول  $m_t^*, s_t^*, c_{tt+1}^*, c_{tt}^*$  بدست می‌آید.

الگوی تعادل عمومی بامول (۱۹۵۲) و توبین (۱۹۵۶) با استفاده از الگوی نسل‌های تداخلی با زمان پیوسته و در وضعیتی که پول را هم وارد الگو می‌کند، به دنبال پاسخ به این سه سوال است که چگونه وجود پول انتخاب بین مصرف-پس‌انداز را تحت تاثیر قرار

می‌دهد، تقاضای پول را مشخص می‌کند و اثرات رشد پول را بر تخصیص حقیقی در تعادل عمومی نشان می‌دهد. تابع مطلوبیت بین زمانی هر فرد عبارت است از:

$$U = \int_0^T \ln(c_t) dt - Nb$$

جزء اول، مجموع مطلوبیت‌های آنی و لحظه‌ای است که فرض شده برحسب لگاریتم مصرف باشد. دومین جزء مطلوبیت نشانگر هزینه مطلوبیت معاملات است که تابع خطی از  $N$ ، یعنی تعداد معاملات بین پول و اوراق قرضه (معادل تعداد مراجعات به بانک) در طول زندگی است (بلانچارد و فیشر، ۱۳۷۳، ص ۳۰۷). مشاهده می‌شود تابع مطلوبیت بدون تنزیل ذهنی است و همچنین با لگاریتمی آوردن تابع مطلوبیت، کشش جانشینی بین زمانی مصرف یک بدست خواهد آمد که نشان‌دهنده عدم ترجیح زمانی بین دوره‌های مختلف مصرف است.

### ۳. الگوی ریاضی (دست‌آورد مقاله)

در این بخش با حذف ریشه‌های ذهنی بهره، تلاش می‌شود یک الگوی اقتصاد کلان، بر اساس الگوی نسل‌های تداخلی یا همپوشان، به پیروی از مقاله نسل‌های همپوشان ساموئلسن (۱۹۵۸) و الگوی همپوشان هان و سولو (۱۹۹۷)، که در آن چند نسل همزمان زندگی کرده و با یکدیگر مبادله می‌کنند. به این ترتیب سه ریشه رجحان زمانی، رجحان نقدینگی و تقعر تابع مطلوبیت حذف می‌شود. در راستای حذف رجحان زمانی، با نگاهی به مبانی که آن را غیراخلاقی و ظالمانه می‌دانند چرا که باعث مصرف‌گرایی و کاهش پس‌انداز و رشد اقتصادی است<sup>۱</sup>، تنزیل مطلوبیت دوره‌های آینده زندگی افراد نسبت به دوره فعلی، حذف شده است، بنابراین بدون اضافه کردن هیچ عامل تنزیلی، مطلوبیت همه دوره‌ها برای فرد یکسان است. بنابراین نرخ نهایی جانشینی بین زمانی، باید برابر با یک باشد. این شرایط در وضعیتی که تابع مطلوبیت حاصل از مصرف، به صورت لگاریتمی

۱- همانطور که قبلاً اشاره شد پیگو (۱۹۲۰)، رمزی (۱۹۲۸)، هارود (۱۹۴۸) و ...



تعریف شده باشد، بدست خواهد آمد<sup>۱</sup>. تقعر تابع مطلوبیت هم که یکی دیگر از ریشه‌های بهره است، با لگاریتمی بودن تابع مطلوبیت و کشش جانشینی بین زمانی واحد، حذف می‌شود.

حذف رجحان نقدینگی، ریشه دیگر بهره، با هزینه داشتن نگهداری و احتکار پول نقد تامین می‌شود. به طوری که افرادی که دارای مازاد پول نقد هستند، به دلیل هزینه نگهداری از پول‌هایشان، حاضرند آن را از خود دور کنند و در آینده، باطمینان، آن را دوباره بدست آورند. افرادی هم که نیازمند پول نقد هستند، به دلیل وجود افرادی که پول خود را به آن‌ها قرض می‌دهند، می‌توانند منابع مالی مورد نیاز خود را تامین کنند. بعلاوه به دلیل دوری از هزینه نگهداری و ترس از دست دادن، افرادی که دارای مازاد منابع نقد هستند، ناچارند در دوران میانسالی خود قرض بدهند تا بتوانند در دوره پیری آن را پس گرفته و زندگی خود را تامین کنند. بنابراین ناچار به قرض دادن پول خود هستند و هیچ بهره‌ای هم مطالبه نمی‌کنند.

قبل از ورود پول به الگو، نسل‌ها مبادله‌ای ندارند و بنابراین از وضعیت بهینه بسیار فاصله دارند. بنابراین به دلیل این که پول امکان مبادله را فراهم کرده و منجر به بهینگی می‌شود، پول وارد الگو می‌شود. در این الگو پول فقط برای یکبار، توسط دولت، منتشر می‌شود. سایر فروض الگو عبارتند از:

### ۱-۳. فروض الگو

جامعه‌ای از سه گروه سنی تشکیل شده است. حیات هر فرد در سه دوره جوانی، میانسالی و پیری در نظر گرفته می‌شود. در دوره جوانی فرد کار می‌کند، اما دستمزد حاصل از کار او کفاف تمام نیازهای مصرفی او را نمی‌دهد. دوره دوم یا میانسالی نیز فرد کار می‌کند و امکان پس‌انداز دارد. دوره سوم یا دوره پیری که فرد توانایی کار نداشته، از محل

---

۱- تابع مطلوبیت لگاریتمی که منجر به کشش جانشینی بین زمانی واحد خواهد شد، در کارهای هان و سولو (۱۹۹۷) و مدل بامول (۱۹۵۲) - توبین (۱۹۵۶) نیز مشاهده می‌شود.

پس اندازهای دوره میانسالی زندگی می‌کند. بنابراین در هر دوره زمانی  $t$ ام، به استثناء دوره اول و دوم که اولین دوره‌های شروع به حیات این اقتصاد است، سه طیف افراد حضور دارند.

گروه جوانان، در دوره اول زندگی خود هستند، گروه میانسالان، دوره دوم زندگی خود را سپری می‌کنند و گروه پیران، در دوره سوم زندگی خود هستند. درآمد فرد از محل کار کردن در دوره اول و کار و پس انداز در دوره دوم تامین می‌شود. افراد در هر دوره، از موهبتی به نام فراغت برخوردارند. وجود فراغت نیز مانند مصرف واجد مطلوبیت بوده و فرد با تغییر مقادیر مصرف و فراغت خود و مبادله آن‌ها با افراد دیگر نسل‌ها، سعی در حداکثر کردن مطلوبیت کل عمر خود دارد. امکان جانشینی فراغت و مصرف وجود ندارد. افراد ارثی بر جای نگذاشته و خود نیز از کسی ارثی دریافت نمی‌کنند و تمامی پس اندازها و درآمدها تا پایان دوره پیری به پایان می‌رسند. این اقتصاد تحت شرایط قطعیت و عدم وجود ریسک است. در این الگو، دولتی وجود دارد که فقط برای یکبار، پول کاغذی بدون پشتوانه، در چارچوب اعمال حاکمیت مشروع، منتشر می‌کند (مجاهدی، ۱۳۹۰). رفتار تولیدی نیز از طریق جریان عوامل تولید و کالا، دستمزد و بهره واقعی و مصرف کالایی را برقرار می‌کند.

بهینه‌سازی رفتار مصرفی جامعه با تزریق پول به الگو و برقراری مبادله بین نسل‌های مختلف از طریق رفتار قرض‌دهی بدون بهره شکل می‌گیرد. پول در این الگو، منطبق با تعریف کلاسیکی آن، وسیله‌ای جهت مبادله است و نه ذخیره ارزش. افراد می‌توانند به منظور حداکثر کردن مطلوبیت طول عمر خود، با سایر افراد، مبادلات قرض بدون بهره داشته باشند. جمعیت  $N_t$  با نرخ  $n$  در طول زمان رشد می‌کند، می‌تواند به صورت یک خانواده و یا تعداد زیادی خانواده مشابه در نظر گرفته شود. نیروی کار با جمعیت برابر است و عرضه کار بی‌کشش است. تولید با استفاده از سرمایه و کار انجام می‌شود و رشد بهره‌وری وجود ندارد. فرض می‌شود نرخ استهلاک صفر است یعنی سرمایه فیزیکی در

طی زمان مستهلک نمی‌شود. پس  $Y_t$  به جای تولید ناخالص داخلی، تولید خالص داخلی است.

با بیشینه‌سازی مطلوبیت افراد، نشان داده می‌شود چگونه موجودی سرمایه در طول زمان شکل می‌گیرد. پس‌انداز افراد در هر دوره موجب تشکیل سرمایه دوره بعد شده و این موجودی سرمایه به همراه کار عرضه شده توسط نسل‌های جوان و میان‌سال آن دوره، محصول را تولید می‌کند. نحوه عمل بنگاه‌ها رقابتی است و در شرایط فنی بازده ثابت به مقیاس تولید  $Y_t = F(K_t, N_t)$  قرار دارند. فرض می‌شود  $F(K_t)$  تولید خالص بوده، تولید سرانه هر کارگر  $Y_t/N_t$  است که با تابع تولید  $y_t = f(k_t)$  تعیین می‌شود که در آن  $k_t$  نسبت سرمایه-کار است. فرض می‌شود شرایط اینادا درباره این تابع تولید برقرار است. بنگاه با معین بودن نرخ مزد  $w$  و نرخ اجاره سرمایه  $r$  سود خود را بیشینه می‌کند. به کار انجام شده در دوره  $t$  مزد  $w_t$  و به پس‌اندازی که از دوره  $t-1$  برای دوره  $t$  انباشت شده، نرخ بهره  $r_t$  تعلق می‌گیرد.

### ۲-۳. معرفی الگوی بین‌نسلی

در این جامعه سه نسل با هم زندگی می‌کنند که هر کدام در یک دوره از عمر خود قرار دارند. نسل با  $g$  نمایش داده می‌شود. افرادی که در دوره  $t$  به دنیا می‌آیند، در پایان دوره  $t+2$  از دنیا می‌روند.

نماد کلی هر تعداد افراد هر نسل، دوره زندگی و زمانی که نسل در آن به سر می‌برد، به این صورت خواهد بود:

$$N_{r,t-2+r+g}^g$$

جدول (۱). همپوشانی نسل‌های مختلف

زمان نسل	t	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5
$N^1$	$N_{1,t}^1$	$N_{2,t+1}^1$	$N_{3,t+2}^1$			
$N^2$		$N_{1,t+1}^2$	$N_{2,t+2}^2$	$N_{3,t+3}^2$		
$N^3$			$N_{1,t+2}^3$	$N_{2,t+3}^3$	$N_{3,t+4}^3$	
$N^4$				$N_{1,t+3}^4$	$N_{2,t+4}^4$	$N_{3,t+5}^4$
$N^5$					$N_{1,t+4}^5$	$N_{2,t+5}^5$

$N$  تعداد افراد،  $g$  نشان‌دهنده نسل،  $r$  دوره زندگی فرد؛ به این ترتیب،  $r=1$  نمایانگر دوره جوانی،  $r=2$  نمایانگر میانسالی و  $r=3$  نشان‌دهنده دوره پیری فرد است و  $t$  مبداء زمان خواهد بود. عبارت  $t - 2 + r + g$  بر اساس شماره نسل و دوره زندگی فرد، دوره زمانی زندگی فرد را نشان می‌دهد. مبدا زمانی تحلیل این الگو، از زمان  $t+2$  است، زیرا اولین زمانی است که هر سه نسل با هم حضور دارند.

## ۳-۳. جمعیت

در این الگو، اگرچه در هر نسل جمعیت ثابت است، اما افراد نسل‌های مختلف با نرخ ثابت  $n$  رشد می‌کنند، به طوری که:

$$N_{t+1} = N_t(1 + n) \quad (۱)$$

## ۳-۴. بخش تولید

۱. بنگاه‌ها به صورت رقابتی عمل می‌کنند، یعنی کار را تا سطحی اجاره می‌کنند که تولید نهایی کار با مزد برابر شود و سرمایه را تا سطحی اجاره می‌کنند که تولید نهایی سرمایه با نرخ اجاره آن برابر شود که به صورت روابط (۵) و (۶) نشان داده شده است.

۲. اقتصاد در وضعیت اشتغال کامل بوده و تابع تولید، کلاسیکی و از نوع کاب-داگلاس<sup>۱</sup> است.

۳. مقدار تولید،  $Y_t$  تابعی از عامل انسانی  $N_t$  و سرمایه  $K_t$  یا مقدار کالای سرمایه‌ای تولید و انباشت شده در دوره  $t-1$ ، یعنی  $S_{t-1}$  است که به صورت  $Y_t = F(K_t, N_t)$  نشان داده می‌شود. در مدل تکنولوژی در نظر گرفته نمی‌شود. در این الگو، معادلات زیر برقرار است:

$$F(K_t, N_t) = K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \quad (۲)$$

$$y_t = \frac{Y_t}{N_t} = F\left(\frac{K_t}{N_t}, \frac{N_t}{N_t}\right) = \frac{K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}}{N_t} = \frac{K_t^\alpha}{N_t^\alpha} = k_t^\alpha \quad (۳)$$

معادله (۲) نشان می‌دهد تولید سرانه تابعی از سرمایه سرانه است، یعنی:

$$y_t = f(k_t) = k_t^\alpha \quad (۴)$$

تولید نهایی سرمایه و تولید نهایی نیروی کار عبارتند از:

$$MPK = f'(k_t) = r_{t+1} \quad (۵)$$

$$MPL = w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) \quad (۶)$$

$$f'(k_t) = \alpha k_t^{\alpha-1} \quad (۷)$$

$$w_t = k_t^\alpha - \alpha k_t k_t^{\alpha-1} = (1 - \alpha) k_t^\alpha \quad (۸)$$

۴. فرض می‌شود تابع  $f(0)$  اکیده مقعر بوده و شرایط اینادا در مورد این تابع تولید برقرار است.

۵. در این الگو، رشد تولید بستگی به رشد جمعیت دارد در نتیجه جمعیت با هر نرخی رشد نماید، تولید هم با همان نرخ رشد می‌کند، به عبارتی جمعیت یا نیروی انسانی محور تولید است، بنابراین هنگامی که جمعیت در تابع تولید قرار می‌گیرد، با افزایش آن یعنی  $N$ ، تولید هم افزایش می‌یابد. بنابراین طبق معادله (۱)، نرخ رشد تولید برابر است با:

$$Y_{t+1} = (1 + n)Y_t \quad (۹)$$

۱- Cobb-Douglas

## ۵-۳. تعادل بازار کالاها

در صورتی که در هر دوره تقاضای کالاها با عرضه آن برابر باشد. به عبارتی در صورت برابری سرمایه‌گذاری با پس‌انداز در هر دوره، بازار کالاها در تعادل است. از آنجایی که سرمایه‌گذاری خالص برابر است با  $K_{t+1} - K_t$  و پس‌انداز خالص عبارتست از  $N_t S(w_t, r_{t+1}) - K_t$  می‌توان نوشت:

$$K_{t+1} - K_t = N_t S(w_t, r_{t+1}) - K_t \quad (10)$$

طرف چپ معادله (۱۰) نشان‌دهنده تغییر در موجودی سرمایه و طرف راست نشان‌دهنده پس‌انداز خالص بین دوره‌های  $t$  و  $t+1$  است. با حذف  $K_t$  از دو طرف معادله (۱۰) و تقسیم طرفین آن بر تعداد نیروی کار که همان تعداد جمعیت دوره  $t$  است یعنی  $N_t$  می‌توان نوشت:

$$\frac{K_{t+1}}{N_t} = \frac{N_t S(w_t, r_{t+1})}{N_t} \quad (11)$$

با جایگزاری معادله (۸) در معادله (۱۱) می‌توان سرانه سرمایه را بدست آورد:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)} S(w_t, r_{t+1}) \quad (12)$$

## ۶-۳. تعادل بازار عوامل تولید

عرضه خدمات سرمایه در دوره  $t+1$  را پس‌انداز گروه میانسال دوره  $t$  تعیین می‌کنند. تعادل در بازار عوامل تولید زمانی حاصل می‌شود که در مزد و نرخ اجاره سرمایه، بنگاه‌ها علاقمند باشند از تمامی خدمات موجود کار و سرمایه استفاده کنند. پس روابط (۴) و (۵) نشان‌دهنده تعادل بازار عوامل تولید است.

## ۷-۳. تابع مطلوبیت

مطلوبیت، تابعی لگاریتمی<sup>۱</sup> از مقدار مصرف و مقدار موهبتی به نام زمان یا فراغت هر نسل در سه دوره زمانی جوانی، میانسالی و پیری است.

۱- با رد نظریه رجحان زمانی که ریشه‌ی ذهنی بهره است، نرخ هموارکنندگی مصرف بین زمانی یک خواهد بود و

مطلوبیت طول عمر یک فرد نمونه از نسل ۱ را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:

$$u^1(c, l) = \ln c_{1,t}^1 l_{1,t}^1 + \ln c_{2,t+1}^1 l_{2,t+1}^1 + \ln c_{3,t+2}^1 l_{3,t+2}^1 \quad (۱۳)$$

-  $u^1$  عبارتست از مطلوبیت طول عمر یک فرد نمونه از نسل اول در نتیجه مصرف از کالاها و خدمات و فراغت در تمام طول عمرش

-  $\ln c_{1,t}^1 l_{1,t}^1$  لگاریتم مصرف از کالاها و خدمات و فراغت فرد نمونه در دوران جوانی در زمان  $t$

-  $\ln c_{2,t+1}^1$  لگاریتم مصرف از کالاها و خدمات و فراغت فرد نمونه در دوران میانسالی در زمان  $t+1$

-  $\ln c_{3,t+2}^1$  لگاریتم مصرف از کالاها و خدمات و فراغت فرد نمونه در دوران پیری در زمان  $t+2$

مطلوبیت کل جامعه برای همه نسل‌ها را که با نماد  $U$  نشان داده می‌شود، از زمان  $t$  به بعد عبارت است از:

$$U = \sum_{g=1}^{\infty} [\ln c_{1,t-1+g}^g l_{1,t-1+g}^g + \ln c_{2,t+g}^g l_{1,t+g}^g + \ln c_{3,t+1+g}^g l_{1,t+1+g}^g] \quad (۱۴)$$

مطلوبیت کل جامعه از مجموع مطلوبیت همه افراد جامعه حاصل می‌شود:

$$U = \sum_{g=1}^{\infty} u^g(c, l) \quad (۱۵)$$

این ویژگی در توابع لگاریتمی وجود دارد. به عبارتی در توابع لگاریتمی بدون استفاده از نرخ تنزیل، جانشینی بین زمانی مصرف کالاها برابر یک خواهد بود. چرا که افراد رجحان زمانی نداشته و بین زمان حال و آینده تفاوتی قائل نمی‌شوند، از این رو اهمیت دوره‌های مختلف و میزان مصرف در دوره‌های مختلف یکسان خواهد بود. بنابراین لازم است منحنی مطلوبیت خطی بوده و هیچ تقعری نداشته باشد که چنین ویژگی‌ای به وسیله توابع لگاریتمی حاصل می‌شود. از طرفی چون عامل تنزیل مستلزم مصرف بیشتر افراد جامعه در زمان حال و فدا کردن مصرف نسل‌های بعدی به نفع نسل حاضر است، با رد رجحان زمانی، عامل تنزیل اضافه نشده‌است.

- تابع مطلوبیت، تابعی خوش رفتار است، یعنی هر کدام از اجزای مصرف و فراغت که اضافه شوند، باعث افزایش مطلوبیت فرد می‌شوند. این گزاره با مثبت بودن مشتق اول مطلوبیت نسبت به مصرف و فراغت نشان داده می‌شود:

$$\dot{u}_c = \frac{1}{c_{r,t-2+r+g}^g} > 0 \quad \text{و} \quad \dot{u}_l = \frac{1}{l_{r,t-2+r+g}^g} > 0 \quad (16)$$

- منفی بودن مشتق دوم به معنای اشباع‌پذیری فرد است چرا که افزایش مصرف از کالا و فراغت به طور کاهنده موجب افزایش مطلوبیت می‌شود.

$$u''_l = -\frac{1}{l_{r,t-2+r+g}^g} < 0 \quad \text{و} \quad u''_c = -\frac{1}{c_{r,t-2+r+g}^g} < 0 \quad (17)$$

- جانشینی بین مصرف و فراغت وجود ندارد چرا که فرد به هر دو برای زندگی نیازمند است.

$$u''_{l,c} = u''_{c,l} = 0 \quad (18)$$

### ۳-۸. جایگاه پول در الگو

وضعیت اولیه که افراد مبادله کالایی ندارند، بهینه نیست، چرا که مطلوبیت نهایی جوانان بیش از میانسالان است. چون نیازهای مصرفی آن‌ها بیشتر از میانسالان و درآمد آن‌ها کمتر از میانسالان بوده به طوری که کفاف نیازهای مصرفی آن‌ها را نمی‌دهد. از طرفی افراد پیر به دلیل عدم توانایی کار در دوران پیری فقط از محل پس‌اندازهای دوره‌های قبل خود استفاده می‌کنند که چون زمانی دیگری برای آن‌ها بعد از این دوره متصور نیست ممکن است امکان مصرف بیش از نیازشان باشد که باعث کاهش مطلوبیت نهایی آن‌ها خواهد شد. بنابراین مبادله، وضعیت همه نسل‌ها را بهتر خواهد کرد. از طرفی بعد از بررسی حالت‌های گوناگون می‌توان نتیجه گرفت انتقال پول از طرف دولت به نسل پیر می‌تواند وضعیت بهینه را ایجاد کند.

دولت برای اولین بار مقداری پول منتشر کرده و به گروه افراد پیر به صورت پرداخت انتقالی عرضه می‌کند. مقدار این پول می‌تواند به اندازه هزینه‌های دولت باشد، یعنی:



$$G_{t+2} = \frac{M_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (19)$$

چون کالاها فسادپذیرند و تکنولوژی انبارداری وجود ندارد و از طرف دیگر نگهداری پول هزینه دارد<sup>۱</sup>، این مقدار پول برای مبادله کالاهای همان دوره صرف می‌شود. دولت قصد دارد این پول را که فقط برای یکبار منتشر شده و در دوره‌های بعدی پول جدیدی منتشر نمی‌شود، به نسلی که در دوره  $t$  متولد شده است، بدهد، به طوری که به هر فرد یک واحد برسد، پس مقدار پول منتشر شده دولتی به اندازه جمعیت نسل پیر در دوره  $t+2$  است. چون جمعیت با نرخ ثابت  $n$  رشد می‌کند و از طرفی مقدار پول ثابت است، بنابراین به نسل‌های آینده، پول کمتری می‌رسد و چون جمعیت رشد می‌کند و به تبع آن تولید هم رشد می‌کند پس انتظار می‌رود ارزش پولی تولیدات کاهش یابد یا به عبارتی هر واحد پولی ارزشمندتر شده باشد و با گذشت زمان و رشد جمعیت و به تبع آن تولید، با هر واحد پولی ثابت بتوان مقدار بیشتری کالا خریداری نمود.

در این الگو فرض می‌شود اولین دوره‌ای که مبادله بین نسل‌ها صورت می‌گیرد، دوره  $t+2$  است، زیرا اولین دوره‌ای است که هر سه نسل با هم حضور دارند.

مقدار پول جامعه ثابت مانده چرا که طبق فروض فقط یکبار در اقتصاد پول منتشر می‌شود. به دلیل آن که تعداد جمعیت برابر با تعداد نیروی کار است و جمعیت محور تولید است، بنابراین افزایش جمعیت منجر به افزایش تولید دقیقاً با همان نرخ رشد جمعیت می‌شوند. در دوره  $t+2$  سطح قیمت‌ها  $p_{t+2}$  و در دوره  $t+3$  سطح قیمت‌ها  $p_{t+3}$  است. اساس معادلات (۱) و (۹) می‌توان رابطه قیمت دوره‌های مختلف را تعیین کرد:

$$Y_{t+2} = \frac{M_{t+2}}{p_{t+2}}, \quad Y_{t+3} = \frac{M_{t+2}}{p_{t+3}}, \quad Y_{t+3} = (1+n)Y_{t+2}$$

$$p_{t+3} = \frac{p_{t+2}}{(1+n)} \quad (20)$$

۱- مانند هزینه خرید گاو صندوق یا سپردن به صندوق امانات و ...

بر اساس معادله (۲۰) و چون  $n$  مقداری مثبت و غیرصفر است، پس  $\frac{1}{1+n} < 1$  و بنابراین نتیجه گرفته می‌شود  $p_{t+3} < p_{t+2}$  خواهد بود. بنابراین با گذشت زمان و رشد جمعیت، قیمت‌ها کاهش می‌یابد<sup>۱</sup>.

بنابراین طبق نظر ساموئلسن (۱۹۵۸) یک بهره واقعی روی پول وجود خواهد داشت که ناشی از رشد جمعیت و به تبع آن رشد تولید است. نرخ کاهش قیمت‌ها یا تورم منفی با  $g$  نمایش داده شود، نرخ بازده واقعی روی پول به این صورت تعریف می‌شود:

$$(1 + g) \equiv \frac{p_{t+2}}{p_{t+3}} \quad (21)$$

### ۹-۳. قید الگو

در هر دوره (به جز دوره اول و دوم) سه نسل حضور دارند که یک نسل در دوره جوانی یا دوره اول زندگی خود است، یک نسل در دوره میانسالی یا دوم و یک نسل در دوره پیری یا سوم زندگی خود به سر می‌برد. با توجه به این که اولین دوره زمانی این الگو دوره  $t+2$  است، می‌توان قید الگو را برای نسل‌های این دوره توضیح داد:

نسل پیر دوره  $t+2$  مقدار  $C_{3,t+2}^1$  واحد از کالاها و خدمات و  $L_{3,t+2}^1$  واحد از فراغت مصرف می‌کند. همزمان به دلیل این که دولت مقدار پولی که برای اولین بار منتشر کرده است یعنی  $M_{t+2}$  را به این نسل به عنوان پرداخت انتقالی داده است و چون نسل پیر در آخرین دوره زندگی خود است و باید پول دریافت شده را خرج کند، بعلاوه این نسل از محل پس‌اندازهای دوره میانسالی خود امکان مصرف دارد و نیازهای حمایتی بالایی دارد، ترجیح می‌دهد از نسل‌های دیگر فراغت خریداری کند. نسل جوان خود به فراغت خود نیازمند است، در حالی که نسل میانسال به دلیل مشغله کاری بالا نیاز چندانی به فراغت ندارد، پس نسل میانسال حاضر به فروش فراغت خود در قبال دریافت پول از نسل پیر می‌شود. پس نسل پیر علاوه بر فراغت خود، بخشی از فراغت نسل میانسال هم دوره خود

۱- Deflation

یعنی  $\alpha$  درصد از آن را خریداری کرده و پولی که از دولت دریافت کرده بود، به نسل میانسال داده و فراغت او را خریداری می‌کند. بنابراین سمت چپ قید بودجه نسل پیر عبارتست از مصرف از کالاها و خدمات و فراغت خود نسل و بخشی از فراغت نسل میانسال و سمت راست منابع در دسترس این نسل است که عبارتست از پس‌انداز این نسل از دوره قبل بعلاوه بهره سرمایه‌گذاری‌های صورت گرفته، البته چون پرداخت انتقالی که توسط دولت داده شده بود، به منظور خرید فراغت به نسل میانسال منتقل می‌شود، ارزش واقعی پول یعنی  $\frac{M_{t+2}}{P_{t+2}}$  یکبار اضافه و یک بار کم می‌شود:

$$C_{3,t+2}^1 + L_{3,t+2}^1 + \alpha L_{2,t+2}^2 = (1 + r_{t+2})S_{t+1}^1 + \frac{M_{t+2}}{P_{t+2}} - \frac{M_{t+2}}{P_{t+2}} \quad (22)$$

به منظور سرانه‌سازی، اجزای قید بودجه، بر تعداد افراد نسل پیر دوره  $t + 2$  یعنی

$N_t$  تقسیم می‌شوند: (مقادیر سرانه به حروف کوچک نشان داده می‌شوند)

$$c_{3,t+2}^1 + l_{3,t+2}^1 + (1 + n)\alpha l_{2,t+2}^2 = (1 + r_{t+2})s_{t+1}^1 \quad (23)$$

نسل میانسال از محل دستمزد ناشی از کار، به مقدار  $C_{2,t+2}^2$  مصرف و به مقدار  $S_{2,t+2}^2$  پس‌انداز می‌کند. علاوه بر این که مانند سایر نسل‌ها مقدار  $L_{2,t+2}^2$  فراغت هم دارد. همانطور که قبلاً اشاره شد، به دلیل بالا بودن هزینه فرصت، نسل میانسال حاضر است بخشی از فراغت خود یعنی  $\alpha$  را به نسل پیر در قبال دریافت پول بفروشد. بنابراین خود فقط می‌تواند از باقی مانده فراغت یعنی  $(1 - \alpha)$  استفاده کند. از طرفی چون نگهداری پول نقد دارای هزینه است، نسل میانسال حاضر است پول خود را به نسل جوان قرض بدون بهره داده و در دوره پیری خود آن را دریافت کند. بنابراین طرف چپ قید بودجه نسل میانسال شامل  $C_{2,t+2}^2$  مصرف،  $L_{2,t+2}^2$  فراغت و  $S_{t+2}^2$  پس‌انداز است و طرف راست آن دستمزد حاصل از کار است. مبلغی که نسل میانسال در نتیجه فروش فراغت از نسل پیر دریافت می‌کند، به عنوان قرض به نسل جوان داده می‌شود تا هم هزینه نگهداری پول بر نسل میانسال تحمیل نشود و هم در هنگام پیری بتوانند آن را بازپس گرفته و مصرف کنند:

$$C_{2,t+2}^2 + (1 - \alpha)L_{2,t+2}^2 + S_{t+2}^2 = W_{2,t+2}^2 + \frac{M_{t+2}}{p_{t+2}} - \frac{M_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (24)$$

جهت سرانه‌سازی قید، همه اجزای آن بر تعداد نسل میانسال یعنی  $N_{t+1}$  تقسیم می‌شود: (مقادیر سرانه با حروف کوچک نشان داده می‌شود)

$$c_{2,t+2}^2 + (1 - \alpha)l_{2,t+2}^2 + s_{t+2}^2 = w_{2,t+2}^2 \quad (25)$$

نسل جوان دوره  $t+2$  از محل دستمزد حاصل از کار  $W_{1,t+2}^3$  و پول قرض گرفته از نسل میانسال، یعنی  $\frac{M_{t+2}}{p_{t+2}}$  به مقدار  $C_{1,t+2}^3$  از کالاها و خدمات مصرف می‌کند. مقدار  $L_{1,t+2}^3$  هم فراغت دریافت می‌کند. بنابراین قید بودجه نسل جوان عبارتست از:

$$C_{1,t+2}^3 + L_{1,t+2}^3 = W_{1,t+2}^3 + \frac{M_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (26)$$

به منظور سرانه‌سازی، اجزای قید بر تعداد این نسل یعنی  $N_{t+2}$  تقسیم می‌شود. چون مقدار اولیه پول به تعداد افراد نسل پیر یعنی  $N_t$  بود، با تقسیم این تعداد بر  $N_{t+2}$  یک ضریب  $\frac{1}{(1+n)^2}$  ظاهر می‌شود:

$$c_{1,t+2}^3 + l_{1,t+2}^3 = w_{1,t+2}^3 + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (27)$$

با گذشت زمان از  $t+2$  به  $t+3$  نسل اول می‌میرد و نسل چهارم به دنیا می‌آید. روند قیدها برای نسل چهارم مانند نسل سوم خواهد بود فقط با این تفاوت که مقدار واقعی پول نسبت به سطح قیمت‌های زمان  $t+3$  سنجیده می‌شود. حجم پول ثابت است، ولی سطح قیمت‌ها از  $p_{t+2}$  به  $p_{t+3}$  کاهش یافته است. یعنی در دوره  $t+3$  به جای  $\frac{M_{t+2}}{p_{t+2}}$  ارزش واقعی پول،  $\frac{M_{t+2}}{p_{t+3}}$  خواهد بود. قید بودجه طول عمر نسل چهارم عبارت خواهد بود از:

$$C_{1,t+3}^4 + L_{1,t+3}^4 = W_{1,t+3}^4 + \frac{M_{t+2}}{p_{t+3}} \quad (28)$$

$$C_{2,t+4}^4 + (1 - \alpha)L_{2,t+4}^4 + S_{t+4}^4 = W_{2,t+4}^4 \quad (29)$$

$$C_{3,t+5}^4 + L_{3,t+5}^4 + \alpha(1+n)^2 L_{2,t+5}^5 = (1 + r_{t+5})S_{2,t+4}^4 \quad (30)$$

سرانه‌سازی قید بودجه از طریق تقسیم آن بر تعداد نسل چهارم یعنی  $N_{t+3} = N_t(1+n)^3$  صورت می‌گیرد:

$$\frac{1}{N_{t+3}} \left[ C_{1,t+3}^4 + L_{1,t+3}^4 = W_{1,t+3}^4 + \frac{M_{t+2}}{p_{t+3}} \right] \quad (31)$$

$$C_{2,t+4}^4 + (1-\alpha)L_{2,t+4}^4 + S_{2,t+4}^4 = W_{2,t+4}^4 \quad (32)$$

$$C_{3,t+5}^4 + L_{3,t+5}^4 + \alpha(1+n)^2 L_{2,t+5}^5 = (1+r_{t+5})S_{2,t+4}^4 \quad (33)$$

به دنبال سرانه‌سازی مقدار پول و با توجه به این که مقدار آن برابر با تعداد نسل پیر دوره اول، یعنی  $N_t$  است، مقدار سرانه آن در همه دوره‌ها مقدار ثابت زیر خواهد شد: یعنی مقدار پول انتشار برابر با تعداد افراد نسل پیر دوره قبل یعنی  $N_t$  است. از طرفی با توجه به رابطه (۲۰) می‌توان نوشت:

$$\frac{N_t(1+n) m_{t+2}}{N_t(1+n)^3 p_{t+2}} = \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (34)$$

بنابراین سرانه قید بودجه طول عمر نسل چهارم عبارت است از:

$$c_{1,t+3}^4 + l_{1,t+3}^4 = w_{1,t+3}^4 + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (35)$$

$$c_{2,t+4}^4 + (1-\alpha)l_{2,t+4}^4 + s_{2,t+4}^4 = w_{2,t+4}^4 \quad (36)$$

$$c_{3,t+5}^4 + l_{3,t+5}^4 + \alpha(1+n)^2 l_{2,t+5}^5 = (1+r_{t+5})s_{2,t+4}^4 \quad (37)$$

می‌توان فرمول کلی قید بودجه طول عمر برای فرد نمونه از نسل‌های مختلف  $g$  را به شکل زیر نوشت:

(۳۸)

$$c_{1,t-1+g}^g + l_{1,t-1+g}^g = w_{1,t-1+g}^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} ; g = 3, 4, \dots, N$$

$$c_{2,t+g}^g + (1-\alpha)l_{2,t+g}^g + s_{2,t+g}^g = w_{2,t+g}^g ; g = 3, 4, \dots, N-1$$

$$c_{3,t+1+g}^g + l_{3,t+1+g}^g + \alpha(1+n)^{-2+g} l_{2,t+1+g}^{g+1} = (1+r_{t+g+1})s_{2,t+g}^g ; g = 3, 4, \dots, N-2$$

## ۴-۱. اکسترمم تابع هدف بر اساس قید

هدف Max نمودن تابع مطلوبیت (۱۴) براساس قید (۳۸) است: با در نظر گرفتن  $t+2$  به عنوان مبدا زمان و تشکیل تابع لاگرانژ روابط زیر حاصل می‌شود:

(۳۹)

$$L = \ln c_{1,t-1+g}^g l_{1,t-1+g}^g + \ln c_{2,t+g}^g l_{1,t+g}^g + \ln c_{3,t+1+g}^g l_{1,t+1+g}^g + \lambda_1 \left[ w_{1,t-1+g}^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} - c_{1,t-1+g}^g - l_{1,t-1+g}^g \right] + \lambda_2 \left[ w_{2,t+g}^g - c_{2,t+g}^g - (1-\alpha) l_{2,t+g}^g - s_{2,t+g}^g \right] + \lambda_3 \left[ (1+r_{t+g+1}) s_{2,t+g}^g - c_{3,t+1+g}^g - l_{3,t+1+g}^g - \alpha(1+n)^{-2+g} l_{2,t+1+g}^{g+1} \right]$$

$\lambda$ : قیمت سایه‌ای عبارت از ارزش آخرین واحد مطلوبیت یا مطلوبیت نهایی آخرین واحد درآمد است. در این الگو فرض می‌شود قیمت سایه‌ای دوره‌های مختلف با هم برابرند. با بدست آوردن مشتق اول و دوم تابع لاگرانژ نسبت به مصرف در دوره‌های زمانی مختلف، با فرض برابر بودن قیمت‌های سایه‌ای در زمان‌های مختلف، کشش جانشینی مطلوبیت مصرف بین زمانی دوره‌های مختلف برابر ۱ خواهد بود که به معنی برابر بودن مصرف در همه زمان‌ها است: کشش جانشینی مطلوبیت مصرف بین زمانی دوره‌های اول و دوم و سوم:

(۴۰)

$$\frac{\frac{\partial L}{\partial c_{1,t-1+g}^g}}{\frac{\partial L}{\partial c_{2,t+g}^g}} = \frac{\frac{1}{c_{1,t-1+g}^g} - \lambda_1}{\frac{1}{c_{2,t+g}^g} - \lambda_2}, \quad \frac{\frac{\partial L}{\partial c_{1,t-1+g}^g}}{\frac{\partial L}{\partial c_{3,t+1+g}^g}} = \frac{\frac{1}{c_{1,t-1+g}^g} - \lambda_1}{\frac{1}{c_{3,t+1+g}^g} - \lambda_3}, \quad \frac{\frac{\partial L}{\partial c_{2,t+g}^g}}{\frac{\partial L}{\partial c_{3,t+1+g}^g}} = \frac{\frac{1}{c_{2,t+g}^g} - \lambda_2}{\frac{1}{c_{3,t+1+g}^g} - \lambda_3}$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 \rightarrow c_{1,t-1+g}^g = c_{2,t+g}^g = c_{3,t+1+g}^g \quad (۴۱)$$

بررسی دترمینان هشین مرزی جهت تعیین ماکسیسموم یا مینیوموم شدن رابطه (۱۴)

نسبت به رابطه (۴۱):

$$D^2 l [c_{1,t-1+g}^g, c_{2,t+g}^g, c_{3,t+g}^g, l_{1,t-1+g}^g, l_{2,t+g}^g, l_{3,t+g}^g, l_{2,t+g}^{g+1}, \lambda] = \quad (42)$$

$$-[-\alpha(1+n)^2] \left[ -\frac{1}{l_{1,t+1+g}^g} \right] \left[ -\frac{1}{l_{1,t+g}^g} \right] \left[ -\frac{1}{l_{1,t-1+g}^g} \right] \left[ -\frac{1}{c_{1,t+1+g}^g} \right] \left[ -\frac{1}{c_{1,t+g}^g} \right] \left[ -\frac{1}{c_{1,t-1+g}^g} \right]$$

$$< 0$$

بررسی دترمینان هشین مرزی منفی است که نشان‌دهنده حداکثر شدن مقادیر تعادلی نسبت به قید بودجه است. تعیین علامت دترمینان‌های با درجه‌های یک‌دریک، دو در دو و ... و هشت در هشت، جهت تعیین ماکسیسموم یا مینیوموم شدن تابع مطلوبیت (۱۴) با توجه به قید (۳۸)، نشان‌دهنده حداکثر شدن تابع هدف بر اساس قیدها است. به عبارتی مقادیر مصرف از کالاها و خدمات، بر اساس قیده‌های الگو در وضعیت پایدار خود در حالت بهینه و حداکثر هستند:

$$D^2 l [c_{1,t-1+g}^g, c_{2,t+g}^g, c_{3,t+g}^g, l_{1,t-1+g}^g, l_{2,t+g}^g, l_{3,t+g}^g, l_{2,t+g}^{g+1}, \lambda] < 0 \quad (43)$$

#### ۲-۴. استخراج توابع مصرف، فراغت، پس‌انداز و تقاضای پول

توابع مصرف، پس‌انداز و تقاضای پول برای یک فرد نمونه استخراج و به کل جامعه تعمیم داده می‌شود.

فرد در دوره اول هیچ پس‌اندازی نخواهد داشت. حتی به دلیل عدم تکافوی درآمدش، ناچار به قرض‌گیری هم می‌شود. در دوره دوم به دلیل مازاد درآمد فرد از نیازهای مصرفی‌اش، بخشی را پس‌انداز می‌کند. در دوره سوم هم فرد به دلیل این که آخرین دوره زندگی‌اش است، انگیزه‌ای برای پس‌انداز ندارد. بنابراین تنها پس‌انداز فرد، مقدار پس‌انداز دوره میانسالی او است.

$$S_T^g = S_{2,t+g}^g \quad (44)$$

دستمزد کل عمر فرد برابر با  $W_T^g$  بوده که مجموع دستمزد فرد در دوره‌های عمرش

است:

$$w_T^g = w_{1,t-1+g}^g + w_{2,t+g}^g \quad (45)$$

$\theta$  که مقداری مثبت و غیر صفر است، نسبتی از دستمزد کل طول عمر است که فرد در دوره جوانی بدست می‌آورد:

$$0 < \theta < 1 \quad (46)$$

$$w_{1,t-1+g}^g = \theta w_T^g \quad (47)$$

$$w_{2,t+g}^g = (1 - \theta) w_T^g \quad (48)$$

$c_T^g$  مصرف کل طول عمر فرد است که از مجموع مصارف دوره‌های زندگی فرد نمونه بدست می‌آید.  $\gamma$  و  $\varepsilon$  که مقادیری مثبت و غیر صفر هستند، درصدی از مصرف کل فرد در دوره‌های جوانی و میانسالی هستند:

$$c_T^g = c_{1,t-1+g}^g + c_{2,t+g}^g + c_{3,t+1+g}^g \quad (49)$$

$$\nu c_T^g = c_{1,t-1+g}^g, \quad \beta c_T^g = c_{2,t+g}^g, \quad (1 - \nu - \beta) c_T^g = c_{3,t+1+g}^g \quad (50)$$

$$0 < \nu, \beta < 1, \quad 0 < \nu + \beta < 1 \quad (51)$$

**فراغت کل طول عمل فرد:** با توجه به این که میزان فراغت همه نسل‌ها با هم برابر است و افراد به صرف حق حیات، از میزان ثابتی فراغت بهره‌مند می‌شوند، بنابراین فراغت سرانه همه نسل‌ها یکسان است:

$$l_T^g = l_{1,t-1+g}^g + (1 - \alpha) l_{2,t+g}^g + l_{3,t+1+g}^g + \alpha(1 + \quad (52)$$

$$n) l_{2,t+1+g}^{g+1} = l + (1 - \alpha)l + l + \alpha(1 + n)l = (3 + n\alpha)l$$

مقدار قید بودجه طول عمر یک فرد نمونه از نسل  $g$  به بر اساس روابط ... به صورت زیر خواهد بود:

$$c_{1,t-1+g}^g + c_{2,t+g}^g + c_{3,t+1+g}^g + l_{1,t-1+g}^g + (1 - \alpha)l_{2,t+g}^g + \quad (53)$$

$$l_{3,t+1+g}^g + \alpha(1 + n)l_{2,t+1+g}^{g+1} + s_{2,t+g}^g - w_{1,t-1+g}^g - w_{2,t+g}^g -$$

$$(1 + r_{t+g+1})s_{2,t+g}^g - \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} = 0$$

$$c_T^g + (3 + n\alpha)l - r_{t+g+1}s_T^g - w_T^g - \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} = 0 \quad (54)$$



۳-۴. تابع مصرف کل

با استفاده از رابطه (۵۴) تابع مصرف کل عبارتست از:

$$c_T^g = -(3 + n\alpha)l + r_{t+g+1}s_T^g + w_T^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (55)$$

۴-۴. تابع تقاضای فراغت

بر اساس رابطه (۵۴) تابع تقاضای فراغت برابر است با:

$$l = \frac{1}{(3+n\alpha)} \left[ -c_T^g + r_{t+g+1}s_T^g + w_T^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \right] \quad (56)$$

۵-۴. تابع پس انداز

بر اساس رابطه (۵۴) تابع پس‌انداز کل برابر است با:

$$s_T^g = \frac{1}{r_{t+g+1}} \left[ c_T^g + (3 + n\alpha)l - w_T^g - \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \right] \quad (57)$$

۶-۴. تابع تقاضای پول طول عمر فرد

بر اساس رابطه (۵۴) تابع تقاضای پول در طول عمر فرد برابر است با:

$$\frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} = (1+n)^2 \left[ c_T^g + (3 + n\alpha)l - r_{t+g+1}s_T^g - w_T^g \right] \quad (58)$$

۷-۴. تابع سرمایه‌گذاری طول عمر فرد

با استفاده از روابط (۱۲) و (۵۴) می‌توان به تابع سرمایه‌گذاری فرد دست یافت:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)} \frac{1}{r_{t+g+1}} \left[ c_T^g + (3 + n\alpha)l - w_T^g - \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \right] \quad (59)$$

۸-۴. پایداری مسیر مصرف بهینه

$C_T$  مصرف کل فرد نمونه است که می‌توان آن را به کل جامعه تعمیم داد. اگر  $C_*$  و  $k_*$  به ترتیب مصرف سرانه و سرمایه سرانه در وضعیت پایدار این اقتصاد باشد، همگرایی یا واگرایی از شرایط پایدار را می‌توان بررسی کرد: از طریق بسط تیلور و تقریب خطی در

اطراف وضعیت پایدار مصرف سرانه  $c_*$  و سرمایه سرانه  $k_*$  واگرایی یا همگرایی الگو تعیین می‌شود.

در حالت کلی طبق بسط تیلور می‌توان نوشت:

$$\Omega_{t+1} \cong \Psi(\Omega_*) + \left( \frac{\partial \Psi(\Omega_*; \emptyset)}{\partial \Omega_t} \right) (\Omega_t - \Omega_*) \quad (60)$$

به طوری که  $\Omega_*$ ،  $\Omega_t$  و  $\Omega_{t+1}$  متغیر مورد بررسی در وضعیت پایدار، در دور اول (t) و در دور دوم (t+1) است. جهت اثبات پایداری معادله فوق طبق قضیه کوشی، اگر وجود داشته باشد  $|r| < 1$  به طوری که

$$\left| \frac{\Omega_{n+1} - \Omega_*}{\Omega_n - \Omega_*} \right| \leq r \quad (61)$$

در این صورت دنباله  $\{\Omega_n\}$  تولید شده، دنباله کوشی است و در نتیجه همگراست. بنا به قضیه نقطه ثابت باناخ، دنباله بازگشتی که در رابطه (61) صدق می‌کند، همگرا به  $\Omega_*$  است. بنابراین اگر اثبات شود  $\left| \frac{\partial \Psi(\Omega_*; \emptyset)}{\partial \Omega_t} \right| < 1$  همگرا و در نتیجه پایداری الگو اثبات خواهد شد. همچنین می‌توان نشان داد چنانچه  $\frac{\partial \Psi(\Omega_*; \emptyset)}{\partial \Omega_t} < 0$  باشد همگرایی در مسیر حرکت به سمت نقطه تعادلی پایدار وجود دارد و تعادل پایدار است. از این رو جهت تعیین پایداری مسیر تعادلی با استفاده از رابطه (48) و (59) می‌توان نوشت:

$$c_{t+1} \cong \Psi(c_*) + \left( \frac{\partial \Psi(c_*; \emptyset)}{\partial c_t} \right) (c_t - c_*) \quad (62)$$

با توجه به این که این الگو سه دوره دارد، دوره  $t + 1$  را یکبار برای دوره زمانی میانسال و یکبار برای دوره پیری در نظر گرفته و در هر مرتبه، یکی از دوره‌ها را بر حسب دوره اول نوشته تا پایداری دوره باقی مانده را نسبت به دوره اول بدست آورد. از این رو یکبار دوره  $t + 1$  را دوره دوم یعنی میانسال در نظر گرفته و دوره سوم را بر حسب دوره اول نوشته و بار دیگر دوره  $t + 1$  را دوره پیری در نظر گرفته و دوره دوم بر حسب دوره اول نوشته می‌شود:

با استفاده از روابط (۶۱)، (۶۲) و (۶۳) می‌توان معادله (۶۳) را برای مصرف در دوره  $t+1$  بدست آورد:

$$c_{3,t+1+g}^g \quad (۶۳)$$

$$c_{3,t+1+g}^g = -\frac{\nu+\beta}{\nu} c_{1,t-1+g}^g - (3+n\alpha)l + r_{t+g+1}S_T^g + W_T^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (۶۴)$$

می‌توان مصرف زمان دوم را بر حسب زمان اول نوشته و سپس پایداری مسیر مصرف را برای مصرف زمان سوم بدست آورد. می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{1}{\nu} c_{1,t-1+g}^g = \frac{1}{\beta} c_{2,t+g}^g, \quad c_{2,t+g}^g = \frac{\beta}{\nu} c_{1,t-1+g}^g \quad (۶۵)$$

بنابراین منفی شدن مشتق مصرف، نشان‌دهنده پایداری مسیر مصرف دوره سوم است.

$$c_{3,t+1+g}^g = -\frac{\nu+\beta}{\nu} c_{1,t-1+g}^g - (3+n\alpha)l + r_{t+g+1}S_T^g + W_T^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (۶۶)$$

$$\frac{\partial \Psi(c_t^g, \emptyset)}{\partial c_t^g} = -\frac{\nu+\beta}{\nu} < 0 \quad (۶۷)$$

حال اگر نقطه  $t+1$  مصرف دوره دوم باشد، متغیر دوره سوم را بر حسب دوره اول نوشته و وجود خواهد داشت:

$$c_{3,t+1+g}^g = \frac{1-\nu-\beta}{\nu} c_{1,t-1+g}^g \quad (۶۸)$$

$$c_{2,t+g}^g = -\frac{1-\beta}{\nu} c_{1,t-1+g}^g - (3+n\alpha)l + r_{t+g+1}S_T^g + W_T^g + \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \quad (۶۹)$$

با توجه به رابطه (۶۸) می‌توان نتیجه گرفت مسیر مصرف تعادلی، یک مسیر پایدار بود و همگرایی در این مسیر به چشم می‌خورد.

$$\frac{\partial \Psi(c_t^g, \emptyset)}{\partial c_t^g} = -\frac{1-\beta}{\nu} < 0 \quad (۷۰)$$

به همین ترتیب می‌توان پایداری مسیر تعادلی موجودی سرمایه را تحلیل کرد:

$$k_{t+1} \cong \Psi(k_*) + \left( \frac{\partial \Psi(k_*; \emptyset)}{\partial k_t} \right) (k_t - k_*) \quad (71)$$

از این رو با استفاده از روابط (۶)، (۱۲)، (۳۸) و (۶۲) اثبات می‌شود:

$$\Psi(k_*^g) = \frac{1}{(1+n)} \frac{1}{r_{t+g+1}} \left[ c_T^g + (3+n\alpha)l - w_T^g - \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \right] \quad (72)$$

$$= 0$$

$$\Psi(k_*^g) = \frac{1}{(1+n)} \frac{1}{r_{t+g+1}} \left[ c_T^g + (3+n\alpha)l - f(k_t^g) - f'(k_t^g) \right. \quad (73)$$

$$\left. - \frac{1}{(1+n)^2} \frac{m_{t+2}}{p_{t+2}} \right] = 0$$

$$\frac{\partial \Psi(k_*^g; \emptyset)}{\partial k_t^g} = - \frac{1}{(1+n)} \frac{1}{r_{t+g+1}} \frac{\partial k_t^g}{\partial k_*^g} \left[ f'(k_t^g) + f''(k_t^g) \right] \quad (74)$$

با در نظر گرفتن  $f''(k_t^g) < 0$  و  $f'(k_t^g) > 0$  در صورت  $\frac{\partial k_t^g}{\partial k_*^g} < 0$  باشد،

مسیر تعادلی سرمایه پایدار خواهد بود و تعادل در مسیر انباشت قرار داد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

با تعیین شدن نقش محدودکنندگی بهره، بر وضعیتی که در آن قراردادهای بدهی بدون بهره پولی بوده و بانکداری مبتنی بر ذخیره صد در صدی به سوی قراردادهای مشارکتی و سهامی پیش رود، به عنوان گامی در جهت محدودسازی نوسانات ذاتی سیستم اقتصادی که منجر به ایجاد چرخه‌های تجاری می‌شود، تاکید شد. نرخ بهره صفر وضعیتی است که مانع رسیدن اقتصاد به وضعیت اشتغال کامل نمی‌شود. از طرفی با صفر بودن نرخ بهره اسمی، هزینه نگهداری پول برای افراد از بین رفته از این رو مانده‌های ترازهای حقیقی افزایش یافته که امکان مصرف بیشتر و در نتیجه رسیدن به رفاه بیشتر را میسر می‌سازد. رویکرد نسل‌های تداخلی به کار رفته در این الگو، تعاملات سه نسل جوان، میانسال و پیر را که هر کدام دارای مقتضاتی همانند جهان واقعی هستند را نشان می‌دهد. با ورود پول عدم بهینگی ناشی از نبود مبادله بین نسل‌ها از بین رفته و مطلوبیت همه نسل‌ها با بر اساس قیدهای دوره‌های مختلف زندگی، پیشینه می‌شود. توابع تقاضای کالا و خدمات،

فراغت، پول و پس‌انداز و انباشت سرمایه نیز استخراج شده و تعادل حاصله از طریق تقریب بسط تیلور بررسی می‌شود.

دستاورد اصلی این مقاله تدوین یک سیستم اقتصادی در چارچوب الگوی نسل‌های تداخلی است، به طوری که در عین بدون بهره بودن تعاملات اقتصادی و قرض‌دهی، کارکردهای سیستم‌های بهره‌ای مانند مصرف، پس‌انداز و تشکیل سرمایه محقق می‌شود. پول در این الگو در نقش کلاسیکی آن، یعنی صرفاً وسیله مبادله در نظر گرفته می‌شود که با قرار داشتن در اختیار دولت، فقط یکبار منتشر می‌شود و از این رو با رشد تولید ارزش واقعی واحدهای پولی یکسان افزایش می‌یابد. بنابراین این الگو نتیجه می‌گیرد اقتصاد بدون بهره و غیررئوی نیز می‌تواند وجود داشته باشد و کارکردهای اقتصادی بهره‌ای را نیز به دنبال دارد. با افزایش ارزش واحدهای پولی رجحان پولی از بین رفته و کنز پول در اقتصاد وجود نخواهد داشت. در این الگو رشد جمعیت به عنوان عاملی مثبت منجر به رشد تولید می‌شود. در نهایت اثبات شد تخصیص‌های بهینه این الگو پایدار بوده و همه عوامل تولید در وضعیت اشتغال کامل به سر برده و بیکاری وجود ندارد.

#### منابع

- Allais, M. (1947). *Economie ET Interet*. Paris, Imprimerie Nationale, First Edition
- Bakhshi, R.(2005). Examination of The Effects and Origenes of Interest Rate with emphasis on the Biological Interest Rate of Samuelson in the Fram Work of OLG. PhD Thesis of Isfahan University (In Persian).
- Bakhshi, R.(2011). Comparative Study of Zero Interest Rate Theory and Prohibition of Usury in Islam. *Eghtesad-e-Islami*, 38, 10,61-88 (In Persian).
- Baumol, W. (1952). The Transactions Demand for Cash. *Quarterly Journal of Economics*, 65, 545-556.
- Blanchard O. & Fischer, A(1986). Lectures on macroeconomics, Translated by khataee and Mohammadi. 1998. Publishing Planning and Budget Organization.
- Bohm-Bawerk, E.V. (1889). *Capital and Interest*. South Holland, Libertarian Press, translated by William Smart.

- 
- Bohm-Bawerk, E.V. (1891). *Positive theory of Capital*. translated by William Smart.
  - Calvo, A. G.(1998). Capital Flows and Capital- Market Crises, *Journal of Applied Economics*, 1(1), 35-54.
  - Carlson, J. B. (1988). *Rules Versus Discretion: Making a Monetary Rule Operational*. Federal Reserve Bank of Cleveland.
  - Diamond, P. (1965). National Debt in a Neoclassical Growth Model. *American economic Review*, 55, 1126-1150.
  - Fisher, I. (1930). *The theory of interest*. NY, Macmillan
  - Friedman, M. (1948). A Monetary and Fiscal Framework for Economic Stability. *American Economic Review*, 38, 245-64. Reprinted in *Essays in Positive Economics*, edited by Milton Friedman. (1953) 133-56. Chicago, University of Chicago Press.
  - Friedman, M. (1951). Commodity Reserve Currency. *Journal of Political Economy*, 59, 203-232. Reprinted in *Essays in Positive Economics*, edited by Milton Friedman, 204-50. Chicago, University of Chicago Press, 1953.
  - Friedman, M. (1969). *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. Chicago: 26 University of Chicago Press.
  - Gesell, S.(1958). *A Natural Economic Order Through Free Land and Free Money*. Translated by Bizayi, 2005, Samt publication.
  - Hahn, F. and R. Solow (1997). *A Critical Essay on Modern Macroeconomic Theory*. Blackwell, 13- 22.
  - Harrod, R. F. (1948). *Towards a Dynamic Economics, Some recent developments of economic theory and their application to policy*. London, Macmillan.
  - Keynes, J.M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London, Macmillan.
  - Lerner. A. P. (1959). Consumption- Loan Interest and Money. *Journal of political economy*, 67(5), 512-518.
  - McKinnon, R. I. (1973). *Money and Capital in Economic Development*. Washington, DC, Brookings Institution.
  - Mises, L. V. (1949). *Human Action: A treatise on economics*; 1963 edition, New Haven: Yale University Press.
  - Mojahedi, M.(2011). Developing An Overlapping General Model of Fractional Reserve Banking Activity with Emphasis on Maurice Allais's Approach. PhD Thesis, Isfahan University (In Persian).
  - Ono, Y. (1994). *Money, Interest and Stagnation-Dynamic Theory and Keynes's Economics*. London: Oxford University Press.
  - Pavizi, D. & Hadian, M. (2012). Interest rate and financial crises. *Quarterly Journal of Economics and Modelling*, 5&6(2), 39-68 (In Persian).
  - Phelps, E. S. (1961). The Golden Rule of Capital Accumulation. *American Economic Review*. 51, 638-43

- Pigoue, A. C. (1920). *The Economics of Welfare*. (4th) edition, London (1952): Macmillan
- Ramsey, F. P. (1928). A Mathematical Theory of Saving *Economic Journal*, 38, 543-59.
- Samuelson, P. (1958). An Exact Consumption Loan Model of Interest with or without Social Contrivance of Money, *The Journal of Political Economy*, 66(6), 467-482.
- Samuelson, P. (1968). what classical and neoclassical monetary theory really was, *Canadian Economics Association*, 1(1), 1-15.
- Sanches, D. (2012). The Optimum Quantity of Money. *Federal Reserve Bank of Philadelphia*, 4, 8-15.
- Simons, H. C. (1936). Rules versus Authorities in Monetary Policy. *Journal of Political Economy*, 64, 1-30. Reprinted in *Economic Policy for a Free Society*, edited by Henry Simons, 160-83. Chicago, University of Chicago Press, 1948.
- Simons, H. C. (1946). Debt Policy and Banking Policy. *Review of Economic Statistics*, 2, 85-89. Reprinted in *Economic Policy for a Free Society*, edited by Henry Simons, 231-39. Chicago, University of Chicago Press, 1948.
- Swan, T. W. (1956). Economic growth and capital accumulation. *Economic Record*, 32 (2), 334-361.
- Tobin, J. (1956). The Interest Elasticity of the Transactions Demand for Cash. *Review of Economics and Statistics*, 38, 241-247
- Woodford, M. (2010). *Optimal Monetary Stabilization Policy*. Prepared for the new (2010) volumes of the *Handbook of Monetary Economics*, edited by Benjamin M. Friedman and Michael Woodford.